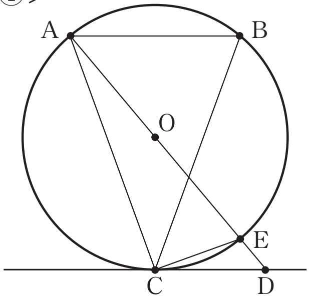
第６講　平面図形

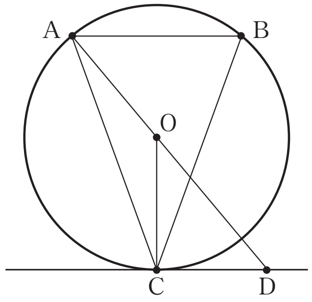
【CHECK & UP】

1　△ABC は CA＝CB，∠ACB＝40° の二等辺三角形である．また △ABC の外接円の中心を O とする．点 C を通る円 O の接線と直線 AO との交点を D とするとき，∠ADC の大きさを求めよ．必要に応じて以下の＜参考図①＞＜参考図②＞のいずれかを用いて考えよ．

＜参考図①＞



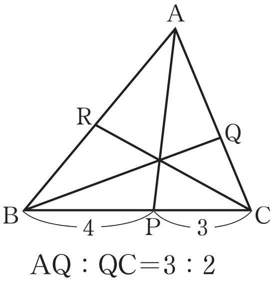
＜参考図②＞



2　AB＝7，BC＝3，CA＝8 の △ABC において，△ABC の内心を I とする．AI の延長と辺 BC との交点を D, BI の延長と辺 AC との交点を E としたとき, 4 点 C, E, I，D は同一円周上にある．このとき，BD の長さと BI･BE の値を求めよ．また点 B から 4 点 C，E，I，D を通る円に引いた接線の長さを求めよ．

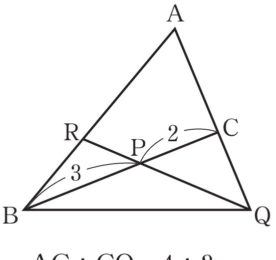
3　下の各図において，$\dfrac{AR}{RB}$ を求めよ．

(1)



AQ：QC＝3：2

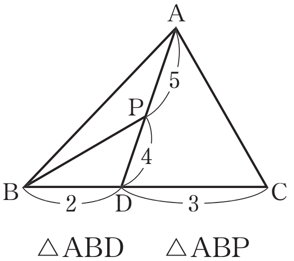
(2)



AC：CQ＝4：3

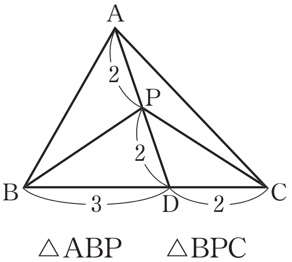
4　下の各図において，次の値を求めよ．

(1)



$\dfrac{\triangle ABD}{\triangle ACD}$，$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ABC}$

(2)



$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ACP}$，$\dfrac{\triangle BPC}{\triangle ABC}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ［1］ 円に内接する四角形ABCDの辺の長さをそれぞれ

$AB=4,\ BC=3,\ CD=2,\ DA=6$

とする．2直線BCとADの交点をEとし，2直線ABとDCの交点をFとする．

(1) $EC=x,\ ED=y$ とおけば，相似な二つの三角形△C［アイ］と△ABEの対応する辺の比はみな等しいから

$x:2=(y+$［ウ］$):4,\ y:2=(x+$［エ］$):4$ が成り立つ．

ゆえに $x=$［オ］である．さらに $EC\cdot EB=$［カキ］ ……① である．

同様に $FC\cdot FD=\dfrac{160}{9}$ ……② である．

(2) 点Gを，△FBCの外接円と直線EFの交点でFとは異なる点とすれば，

［クケ］$\cdot EF=EC\cdot EB$ ……③ である．

また，4点F，G，C，Bは同一円周上にあり，4点A，B，C，Dも同一円周上にあるから∠FGC＝∠［コサ］C＝∠EDCとなる．これにより4点E，D，C，Gは同一円周上にあることがわかる．

したがって，［シス］$\cdot FE=FC\cdot FD$ ……④ となる．

①，②，③，④により $EF=\dfrac{2}{3}\sqrt{［セソタ］}$ である．

［2］ 点Aを中心とする半径2の円と，点Bを中心とする半径3の円が点Cで外接している．点Dは半径2の円上に，また点Eは半径3の円上にあり，直線DEは二つの円の共通接線となっている．点Cにおける二つの円の共通接線と直線DEとの交点をFとし，直線DAと直線ECの交点をGとする．

このとき $DE=$［ア］$\sqrt{［イ］}$ である．

またAD∥BEから△［ウエ］Cと△AGCは相似であるので，線分AGと線分［オカ］の長さは等しくなる。

したがって，点Gは点Aを中心とする半径2の円上にあり，∠GCD＝［キク］°となる．

さらに，∠CD［ケ］＝∠DE［ケ］であり，$CD^2=\dfrac{［コサ］}{［シ］}$ である．このことから，$\triangle ACD=\dfrac{［ス］\sqrt{［セ］}}{［ソ］}$ が得られる．

©RECRUIT HOLDINGS

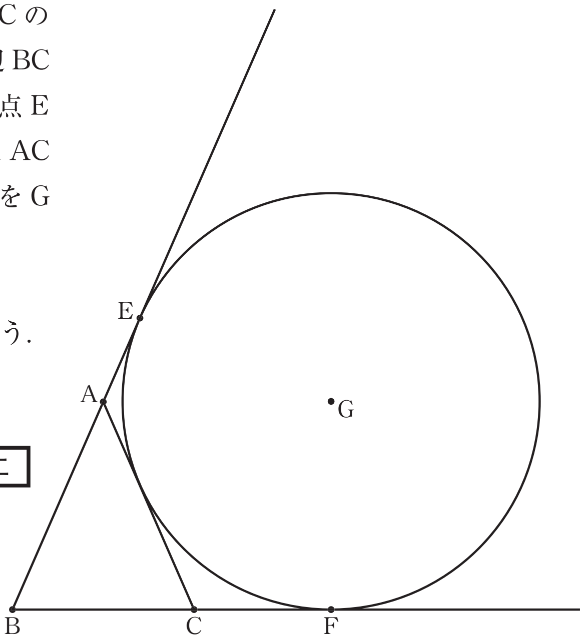
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　AB＝AC である二等辺三角形 ABC の内接円の中心をＩとし，内接円Ｉと辺 BC の接点をＤとする．辺 BA の延長と点Ｅで，辺 BC の延長と点Ｆで接し，辺 AC と接する∠B 内の円の中心（傍心）をＧとする．



(1)　AD＝GF が成り立つことを示そう．

$2\angle \mathrm{EAG} = \angle \mathrm{E}\boxed{\text{アイ}}$

$= \angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{B}\boxed{\text{ウエ}}$

$= 2\angle \mathrm{ABC}$

であるから，

$\angle \mathrm{EAG} = \angle \mathrm{ABC}$ となる．

したがって，直線 $\boxed{\text{オカ}}$ と直線 BF は平行である．さらに，A，I，D は一直線上にあって

$\angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{GFD} = \boxed{\text{キク}}^\circ$

であるから，四角形 ADFG は $\boxed{\text{ケ}}$ となる．よって，AD＝GF である．ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ には，次の⓪～③のうちから最もふさわしいものを選べ．

⓪　正方形　　①　台　形　　②　長方形　　③　ひし形

(2)　AB＝5，BD＝2 のとき，IG の長さを求めよう．まず，$\mathrm{AD} = \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，

$$\mathrm{AI} = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

となる．また，∠AGI＝∠CBI＝∠ABI であるから，$\mathrm{AG} = \boxed{\text{セ}}$ となり，

$$\mathrm{IG} = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

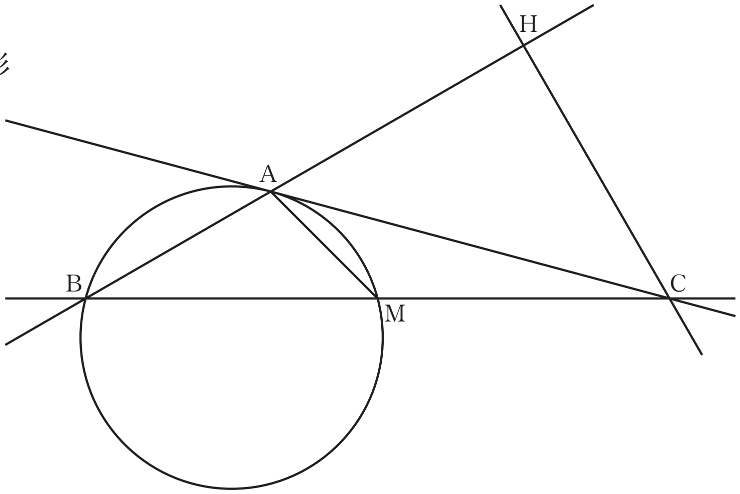
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　△ABCにおいて，∠Aは鈍角で，∠B＝30°である．点Cから直線ABに引いた垂線と直線ABとの交点をHとする．辺BCの中点をMとし，直線ACは3点A，B，Mを通る円と点Aで接しているとする．下の［ア］～［ウ］，［オ］，［ク］については，最も適当なものを次の⓪～Ⓕのうちから一つずつ選べ．

⓪　鋭角三角形
①　直角二等辺三角形
②　二等辺三角形
③　正三角形
④　直角三角形

⑤　ABC
⑥　AMB
⑦　BMC
⑧　MAB
⑨　MCA



Ⓐ　AB　Ⓑ　AC　Ⓒ　AM　Ⓓ　BC　Ⓔ　BH　Ⓕ　CH

直角三角形HBCにおいて∠HBC＝30°なので，BC＝2［ア］である．一方∠MAC＝∠［イ］なので，△MACと△［イ］は相似になる．したがって，AC^2＝MC・［ウ］となる．Mは辺BCの中点なのでAC＝$\sqrt{[エ]}$CHが成り立つ．したがって△HACは［オ］であり，∠AMB＝∠［カキ］°となる．

ACとHMの交点をK，直線BKとHCの交点をLとする．

△HBK：△BCK＝HL：LC,　△CHK：△BCK＝HA：［ク］

である．また，Mは辺BCの中点だから，△HBKと△CHKの面積は等しい．

ゆえに，HL：LC＝HA：［ク］が成り立つ．

したがって△HALと△HBCの面積比は

△HAL：△HBC＝1：［ケ］

となる．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

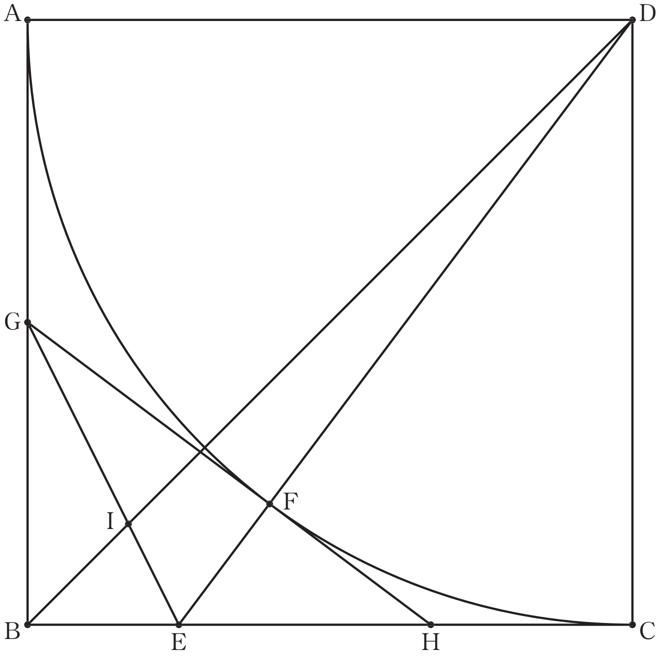
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　平面図形

1　1辺の長さが1の正方形ABCDの辺BCを1：3に内分する点をEとする。Dを中心とする半径1の円と，線分DEとの交点をFとする。点Fにおけるこの円Dの接線と辺AB，BCとの交点をそれぞれG，Hとする。さらに直線GEと直線BDとの交点をIとする。［キ］～［サ］には，次の⓪～Ⓕのうちから正しいものを一つずつ選べ。

⓪ EH	① FD
② FE	③ GE
④ GF	⑤ GH
⑥ GI	⑦ GJ
⑧ IE	⑨ JB
Ⓐ BEI	Ⓑ BIE
Ⓒ EBI	Ⓓ EFG
Ⓔ FEG	Ⓕ FGE



(1)　点Iが△BGHの内心であることを示す。EはBCを1：3に内分するから

$$\mathrm{EC}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。△ECDにおいて三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いれば

$$\mathrm{ED}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。よって $\mathrm{FE}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

△GBEと△GFEは直角三角形で，斜辺GEを共有し，BE＝［キ］であるから△GBE≡△GFEが成り立つ。ゆえに∠BGE＝∠［ク］となる。一方，

∠GBI＝45°＝∠［ケ］

であるからIは△BGHの内心であることがわかる。

(2)　次に，△BGHの内接円Iの半径rを求める。GA＝GF＝GBなので，GはABの中点であることがわかる。IからGBに下ろした垂線とGBとの交点をJとする。

JI＝［コ］＝rであってJI // BEであるから

GB：BE＝［サ］：JI

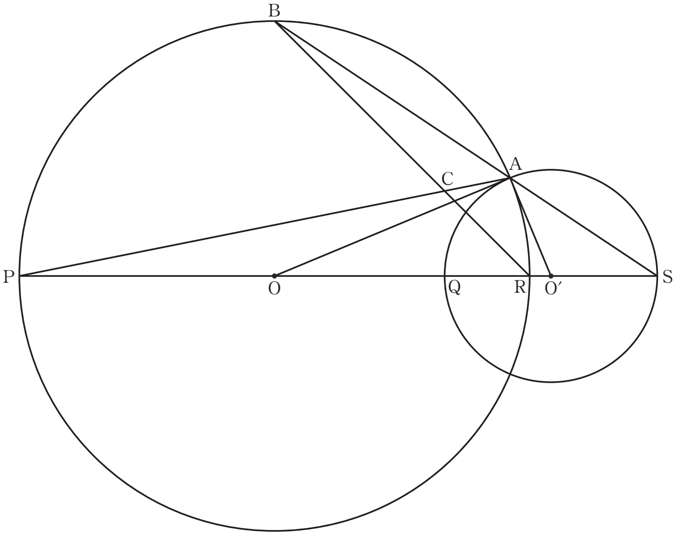
が成り立つ。ゆえに $r=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　平面上に2点O，O′を中心とする二つの円があり，円Oの半径は12，円O′の半径は5である。二つの円は2点で交わり，その交点の一つをAとするとき∠OAO′ = ∠90°である。直線OO′と円Oとの交点をP，R，円O′との交点をQ，Sとする。ただし，点R，Qは線分OO′上にある。直線SAが円Oと交わるA以外の点をB，二つの線分APとBRの交点をCとする。

以下の $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{キ}}$ については，次の⓪～⑨のうちから最も適当なものを一つずつ選べ。

⓪　ABO　　①　AOO′
②　APO　　③　BPR
④　OO′A　　⑤　PAB
⑥　PO′B　　⑦　SAO′
⑧　SAO　　⑨　SAP



点Aから直線OO′に引いた垂線とOO′との交点をHとするとき，△OHAと△OAO′は相似な直角三角形であるから

$$\mathrm{OH} = \frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$$

である。また，

$$\angle\mathrm{BOS} = 180° - \angle\boxed{\text{カ}} - \angle\mathrm{O'SA}$$

$$= 180° - \angle\mathrm{OAB} - \angle\boxed{\text{キ}} = \angle\mathrm{OAO'}$$

であるから，∠BOSは直角である。したがって，△SBOと△SAHは相似であり

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}} = \frac{\mathrm{HO}}{\mathrm{SO}} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

点Aを通り直線BRに平行な直線と線分RSとの交点をTとおく。△SBRと△SATは相似であるから

$$\mathrm{RT} = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。また，△APTと△CPRも相似であるから，

$$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CP}} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 三角形ABCの辺AB，AC上にそれぞれ点D，EをAD：AE＝2：3となるようにとる。直線DEと直線BCは点Fで交わるとする。

(1) AD：BD＝2：3，AE：CE＝3：1であるとき，三角形ADEの面積を S，四角形BCEDの面積を T とすれば，$\dfrac{S}{T}=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) BD：CE＝3：1とする。このとき，$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}}=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

さらに，4点B，C，E，Dが同一円周上にあるとき，AD＝$2a$，CE＝b とおくと，$\boxed{\text{オ}}\,a=\boxed{\text{カ}}\,b$ である。したがって

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\quad \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}}=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。また，$\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{DF}}=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

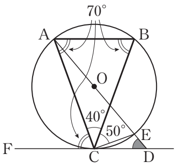
第６講　平面図形

【CHECK & UP】

1　△ABC は二等辺三角形より ∠ABC = ∠BAC = 70°

接線と弦の作る角の定理（接弦定理）より　∠ACF = ∠ABC = 70°

<参考図①>を用いると

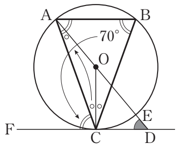


∠ACE = 90° より　∠BCE = 50°

よって　∠BAE = 50° より　∠EAC = 20°

ゆえに　∠ADC = ∠ACF − ∠EAC = **50°**

<参考図②>を用いると



$\angle OCA = \frac{1}{2}\angle ACB = 20°$　　よって　∠OAC = 20°

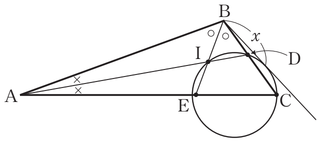
ゆえに ∠ADC = ∠ACF − ∠OAC = **50°**

図形は別解が考えられることが少なくない．その中で，センター試験では「補助線」を自ら引かないとできない出題はきわめて希である．つまりそこまでに与えられた図形の中で考えられるための「抜けのない知識」が必要である．

2　I は △ABC の内心より，AD は ∠BAC の二等分線である．

よって　BD : DC = AB : AC = 7 : 8　　ゆえに　$BD = \frac{7}{15}BC = \mathbf{\frac{7}{5}}$

方べきの定理より　$BI \cdot BE = BD \cdot BC = \frac{7}{5} \cdot 3 = \mathbf{\frac{21}{5}}$



また，点 B から 4 点 C，E，I，D を通る円に引いた接線の長さを x とすると，方べきの定理より

$x^2 = \frac{21}{5}$　　$x > 0$ より　$x = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5}} = \mathbf{\frac{\sqrt{105}}{5}}$

三角形の内心＝「角の二等分線」の交点であり，角の二等分線の性質は必修事項である．

3　(1)　チェバの定理より

$\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} = 1$　　$\frac{AR}{RB} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = 1$

よって　$\frac{AR}{RB} = \mathbf{\frac{9}{8}}$

(2)　メネラウスの定理より

$\frac{AQ}{QC} \cdot \frac{CP}{PB} \cdot \frac{BR}{RA} = 1$　　$\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{BR}{AR} = 1$

よって　$\frac{BR}{AR} = \frac{9}{14}$　より　$\frac{AR}{RB} = \mathbf{\frac{14}{9}}$

三角形と割線に関する定理である．
あくまでイメージだが，ある頂点から三角形の外周を順にたどって元の頂点に戻るのがチェバの定理，ある頂点から一度行き過ぎてから戻って三角形の中を通り，再び外周をたどって元の頂点に戻るのがメネラウスの定理，といったところだろうか．
チェバの定理，メネラウスの定理ともに，たどった線分を「分数」で分子→分母の順に表記する．よって，たどる線分の「長さ」，「長さの比」のどちらでも使えることに注意したい．

4　(1)　△ABD と △ACD に関して，

A から下ろした垂線を共通な高さとすると

$\frac{\triangle ABD}{\triangle ACD} = \frac{BD}{CD} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

隣接している三角形を，高さが等しい三角形とみなすと，面積比＝底辺の比である．
また，それを利用し，高さを変えずに底辺を縮めることで，元の大きい三角形を目的の三角形に縮小することができる．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$\triangle ABP = \triangle ABD \times \frac{AP}{AD} = \triangle ABD \times \frac{5}{9}$$

$$= \left(\triangle ABC \times \frac{BD}{BC}\right) \times \frac{5}{9}$$

$$= \triangle ABC \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} = \triangle ABC \times \frac{2}{9}$$ よって $\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ABC} = \mathbf{\dfrac{2}{9}}$

(2)　△ABP と △ACP に関して，AP を共通な底辺とすると，BD：DC は △ABP と △ACP の高さの比と等しい．

よって $\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ACP} = \dfrac{BD}{DC} = \mathbf{\dfrac{3}{2}}$

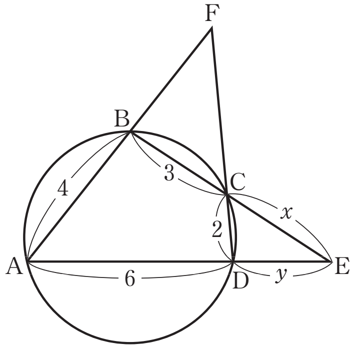
$$\triangle BPC = \triangle ABC \times \frac{PD}{AD} = \triangle ABC \times \frac{2}{4}$$

$$= \triangle ABC \times \frac{1}{2}$$ よって $\dfrac{\triangle BPC}{\triangle ABC} = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

> 「浮いている」三角形に関しても，その底辺の延長線が分ける比によって面積比を出すことができる．
> また，底辺を変えずに高さを縮めることで，元の大きい三角形を目的の三角形に縮小することができる．

【講義問題　解答例】　※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1



［1］（1）円に内接する四角形の性質より

$\angle DCE = \angle BAD$

よって △**CDE** と △ABE は相似であることより

$x : 2 = (y+\mathbf{6}) : 4$　　$y : 2 = (x+\mathbf{3}) : 4$

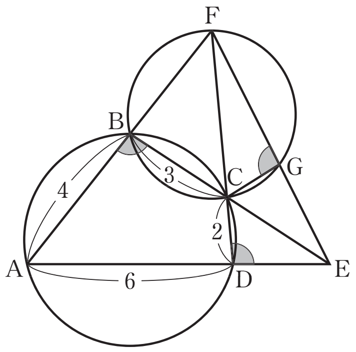
すなわち $2x = y+6$　$2y = x+3$　が成り立つ．

これらから $x = \mathbf{5}$　つまり　CE＝5　である．

よって EC・EB・5・8＝**40**　……①

同様に △CBF と △ADF は相似であることより

$FC \cdot FD = \dfrac{160}{9}$　……② が導かれる．



（2）方べきの定理より

EG・EF＝EC・EB　……③

円に内接する四角形の性質より

∠FGC＝∠**ABC**＝∠EDC

よって，四角形 EDCG は円に内接，すなわち

4 点 E，D，C，G は同一円周上にある．

したがって，方べきの定理より

FG・FE＝FC・FD　……④

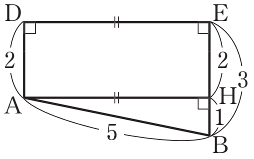
①，③より　EG・EF＝40　　　②，④より　$FG \cdot FE = \dfrac{160}{9}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ここで，EF$=s$，EG$=t$　とおくと　　$ts=40$，$(s-t)\cdot s=\frac{160}{9}$

これらより $s^2-40=\frac{160}{9}$　　$s^2=\frac{520}{9}$　　したがって　$s=\mathrm{EF}=\frac{2}{3}\sqrt{\mathbf{130}}$

[2]　線分 BE 上に点 H を，DE ∥ AH となるようにとると，

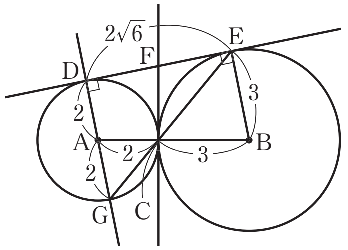


△AHB は ∠AHB $=90°$ であり，

AB $=2+3=5$，BH $=3-2=1$

よって三平方の定理より　AH $=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$　　DE $=\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{6}}$

また，AD ∥ BE から △**BE**C ∽ △AGC



よって AC：BC＝AG：BE

つまり 2：3＝AG：3　より　　AG $=2$

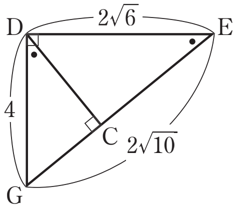
よって AG $=$ **AC** より，点 G は点 A を中心とする

半径 2 の円上にあり，DG は直径であることから

∠DCG $=\mathbf{90}°$ となる.

さらに △CDG ∽ △DEG より ∠CD**G** $=$ ∠DE**G** である.

また，GE $=\sqrt{4^2+(2\sqrt{6})^2}=2\sqrt{10}$　であることから



CD：4＝ $2\sqrt{6}$ ：$2\sqrt{10}$　CD $=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$　よって $\mathrm{CD}^2=\frac{\mathbf{48}}{\mathbf{5}}$

このとき CG $=\sqrt{\mathrm{DG}^2-\mathrm{CD}^2}=\sqrt{16-\frac{48}{5}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$　より

$\triangle\mathrm{ACD}=\triangle\mathrm{GCD}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{CG}\cdot\mathrm{CD}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{16\sqrt{6}}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{\mathbf{4\sqrt{6}}}{\mathbf{5}}$

2

(1)　傍心円と線分 AC の接点を H とすると，

△EAG ≡ △HAG より ∠EAG $=$ ∠HAG

また，AB $=$ AC より ∠ABC $=$ ∠BCA

よって 2∠EAG $=$ ∠E**AC** $=$ ∠ABC＋∠B**CA** $=$ 2∠ABC　より　∠EAG $=$ ∠ABC

したがって，**AG** ∥ BF である.

△ABC の内心 I は，∠BAC の二等分線上にあり，

その二等分線は，底辺 BC を垂直に二等分する.

さらに ID ⊥ BC であることから，

3 点 A，I，D は一直線上にあり，∠ADC $=90°$

また，∠GFD $=90°$ より，∠ADC $=$ ∠GFD

したがって，AD ∥ GF，AG ∥ BF，∠ADC $=$ ∠GFD $=\mathbf{90}°$ より，

四角形 ADFG は**長方形**である.

(2)　AB $=5$，BD $=2$ のとき，AD $=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{\mathbf{21}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

BI は $\angle ABC$ の二等分線より，その性質から

$$AI:ID=BA:BD=5:2 \qquad \text{よって，} AI=\frac{5}{7}AD=\frac{\mathbf{5\sqrt{21}}}{\mathbf{7}}$$

また，$AG \parallel BC$ より　$\angle AGI=\angle CBI=\angle ABI$

つまり，$\triangle AGB$ は二等辺三角形であることより $AG=AB=\mathbf{5}$

したがって $IG=\sqrt{AG^2+AI^2}=\sqrt{25+\frac{25\cdot 21}{49}}=5\sqrt{1+\frac{21}{49}}=\frac{\mathbf{5\sqrt{70}}}{\mathbf{7}}$

[3]　直角三角形 HBC において，$\angle B=30°$ より，$BC=2\mathbf{CH}$

接弦定理より　$\angle MAC=\angle \mathbf{ABC}=30°$

方べきの定理より　$AC^2=MC\cdot\mathbf{BC}$

点 M は辺 BC の中点より　$MB=MC$　　よって　$MC=CH$

ゆえに　$AC^2=CH\cdot 2CH=2CH^2$　より　　$AC=\sqrt{\mathbf{2}}\,CH$

したがって $\triangle HAC$ は**直角二等辺三角形**であり，$\angle HAC=45°$ である．

また直線 CA 上に点 D を，点 A に関して点 C と反対側にとると

$\angle HAC=\angle DAB=\angle AMB$　より $\angle AMB=\mathbf{45}°$

AC と HM の交点 K，直線 BK と HC の交点 L に関して

$$\triangle HBK:\triangle BCK=HL:LC,\ \triangle CHK:\triangle BCK=HA:\mathbf{AB}$$

また，$\triangle HBK=\triangle CHK$

よって，$HL:LC=HA:AB$　より　$AL\parallel BC$

したがって　$\triangle HAL\backsim\triangle HBC$　であり，$HA:HB=1:\sqrt{3}$　より

$\triangle HAL:\triangle HBC=1^2:(\sqrt{3})^2=1:\mathbf{3}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　平面図形

1　(1)　$\mathrm{EC}=\dfrac{3}{4}\mathrm{BC}=\dfrac{3}{4}$

$$\mathrm{ED}=\sqrt{\mathrm{EC}^2+\mathrm{CD}^2}=\sqrt{\frac{9}{16}+1}=\mathbf{\frac{5}{4}}$$

よって $\mathrm{EF}=\mathrm{ED}-\mathrm{FD}=\dfrac{5}{4}-1=\mathbf{\dfrac{1}{4}}$

$\triangle\mathrm{GBE}$ と $\triangle\mathrm{GFE}$ は直角三角形で，斜辺 GE を共有し，$\mathrm{BE}=\mathbf{FE}$であるから

$\triangle\mathrm{GBE}\equiv\triangle\mathrm{GFE}$が成り立つ．よって

$\angle\mathrm{BGE}=\angle\mathbf{FGE}$

$\angle\mathrm{GBI}=45^\circ=\angle\mathbf{EBI}$

(2)　$\mathrm{JI}=\mathbf{JB}=r$

$\mathrm{JI}\mathbin{/\!/}\mathrm{BE}$　より　$\mathrm{GB}:\mathrm{BE}=\mathbf{GJ}:\mathrm{JI}$

$\dfrac{1}{2}:\dfrac{1}{4}=\left(\dfrac{1}{2}-r\right):r$　よって　$r=\mathbf{\dfrac{1}{6}}$

2　三平方の定理より　$\mathrm{OO'}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\triangle\mathrm{OHA}\backsim\triangle\mathrm{OAO'}$　より　$\mathrm{OH}:\mathrm{OA}=\mathrm{OA}:\mathrm{OO'}$

よって　$\mathrm{OH}=\dfrac{\mathrm{OA}^2}{\mathrm{OO'}}=\dfrac{12^2}{13}=\mathbf{\dfrac{144}{13}}$

また，$\angle\mathrm{BOS}=180^\circ-\angle\mathbf{ABO}-\angle\mathrm{O'SA}$

$=180^\circ-\angle\mathrm{OAB}-\angle\mathbf{SAO'}=\angle\mathrm{OAO'}$　より　$\angle\mathrm{BOS}=90^\circ$

よって，$\mathrm{BO}\mathbin{/\!/}\mathrm{AH}$　より

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}}=\frac{\mathrm{HO}}{\mathrm{SO}}=\frac{\frac{144}{13}}{18}=\mathbf{\frac{8}{13}}$$　よって

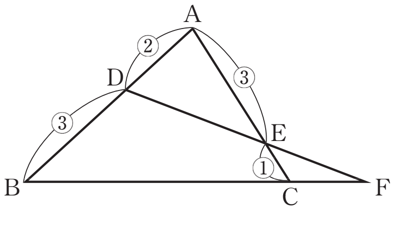
$\mathrm{BR}\mathbin{/\!/}\mathrm{AT}$　より　$\dfrac{\mathrm{RT}}{\mathrm{RS}}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{SB}}=\dfrac{8}{13}$　よって　$\mathrm{RT}=\dfrac{8}{13}\mathrm{RS}$

ここで，$\mathrm{RS}=\mathrm{SO}-\mathrm{OR}=(13+5)-12=6$ より　$\mathrm{RT}=\mathbf{\dfrac{48}{13}}$

$\mathrm{AT}\mathbin{/\!/}\mathrm{CR}$　より　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CP}}=\dfrac{\mathrm{TR}}{\mathrm{RP}}=\dfrac{\frac{48}{13}}{24}=\mathbf{\dfrac{2}{13}}$

3　(1)　$\triangle\mathrm{ADE}=\triangle\mathrm{ABC}\times\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AB}}\times\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}}$

$=\triangle\mathrm{ABC}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{4}=\triangle\mathrm{ABC}\times\dfrac{3}{10}$

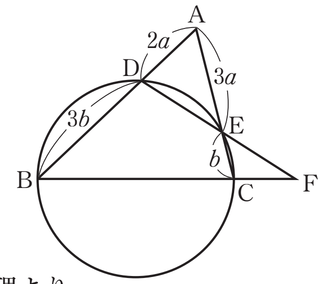


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって △ADE：四角形 BCED＝3：7 より　$\dfrac{S}{T}=\mathbf{\dfrac{3}{7}}$

(2)　AD：AE＝2：3,　BD：CE＝3：1 より

AD＝$2a$，AE＝$3a$　CE＝b，BD＝$3b$とおく.



メネラウスの定理より　$\dfrac{\text{BF}}{\text{FC}}\cdot\dfrac{\text{CE}}{\text{EA}}\cdot\dfrac{\text{AD}}{\text{DB}}=1$

つまり　$\dfrac{\text{BF}}{\text{CF}}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=1$　よって　$\dfrac{\text{BF}}{\text{CF}}=\mathbf{\dfrac{9}{2}}$

4 点 B，C，E，D が同一円周上にあるとき，方べきの定理より

AD・AB＝AE・AC　つまり　$2a(2a+3b)=3a(3a+b)$

$2(2a+3b)=3(3a+b)$　よって　$\mathbf{5a=3b}$　つまり $b=\dfrac{5}{3}a$

よって　$\dfrac{\text{AB}}{\text{AC}}=\dfrac{2a+3b}{3a+b}=\dfrac{7a}{\frac{14}{3}a}=\mathbf{\dfrac{3}{2}}$　　$\dfrac{\text{AD}}{\text{BD}}=\dfrac{2a}{3b}=\dfrac{2a}{5a}=\mathbf{\dfrac{2}{5}}$

メネラウスの定理より

$\dfrac{\text{BA}}{\text{AD}}\cdot\dfrac{\text{DE}}{\text{EF}}\cdot\dfrac{\text{FC}}{\text{CB}}=1$　つまり　$\dfrac{7}{2}\cdot\dfrac{\text{DE}}{\text{EF}}\cdot\dfrac{2}{7}=1$　より　$\dfrac{\text{DE}}{\text{EF}}=1$

よって　$\dfrac{\text{EF}}{\text{DF}}=\mathbf{\dfrac{1}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。